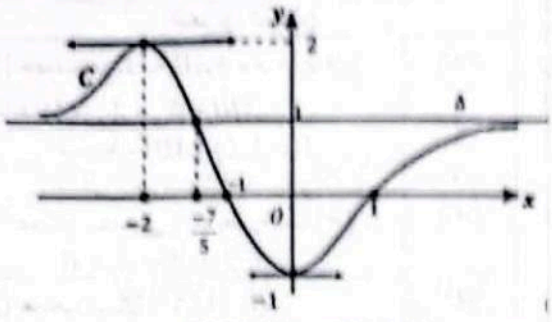
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2024

الرياضيات: (الفرع العلمي - دورة أولى)

أولاً: أجب عن الأسئلة التالية الآتية: (50 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $D = R$ ، و Δ مقارب أفقي للخط C



[1] جد $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

[2] جد حل المعادلة $f(x) = 1$

[3] ما حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

[4] جد $f(D)$ مجموعة قيم التابع f

[5] ما حلول المتراجحة $f(x) \geq 1$

السؤال الثاني: في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(2,0,3)$

[1] جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB)

[2] جد معادلة للكرة S التي مركزها O وتمر بالنقطة A

[3] استنتج إحداثيات نقطتي تقاطع المستقيم (AB) مع الكرة S.

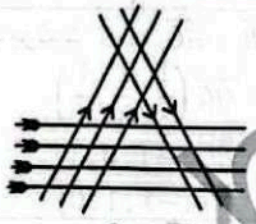
السؤال الثالث: لتكن المعادلة التفاضلية $(E): y' - 2y = -4x + 6$

[1] عين عددين a و b ليكون التابع f المعرف وفق $f(x) = ax + b$ حلاً للمعادلة التفاضلية (E)

[2] عين جميع حلول المعادلة التفاضلية $(F): y' - 2y = 0$

[3] ليكن التابع h المعرف وفق $h(x) = 2x - 2 + ke^{2x}$ و k عدد حقيقي بين أن h حلاً للمعادلة التفاضلية (E)

السؤال الرابع: في الشكل المجاور، نتأمل ثلاث مجموعات من المستقيمات المتوازية.



ما عدد متوازيات الأضلاع المرسومة في هذا الشكل؟

السؤال الخامس: نتأمل كلاً من المتتاليتين $(s_n)_{n\geq 0}$ و $(t_n)_{n\geq 0}$

حيث $t_n \leq s_n$ المعرفتين تدريجياً وفق:

$$t_0 = 1 \text{ و } s_0 = 10 \text{ و } t_{n+1} = \frac{t_n + 4s_n}{5} \text{ و } s_{n+1} = \frac{t_n + s_n}{2}$$

[1] أثبت أن المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $w_n = s_n - t_n$ هندسية، واحسب نهايتها.

[2] أثبت أن المتتاليتين من $(s_n)_{n\geq 0}$ و $(t_n)_{n\geq 0}$ متجاورتان.

السؤال السادس: في معلم متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، ليكن العدد العقدي $w = 8$، والأعداد العقدية a و b و c التي تمثل النقاط A و B و C بالترتيب.

[1] اكتب w بالشكل الأسي.

[2] إذا كانت a و b و c جذور المعادلة $z^3 = 8$ ، اكتب كلاً منها بالشكل الأسي.

[3] أثبت أن $a + b + c = 0$

[4] أثبت أن النقاط A و B و C تقع على دائرة مركزها O وما نصف قطر هذه الدائرة (يتبع بالصفحة الثانية)

سند الطالب SANAD ALTALEB

السؤال السابع: تتأمل صندوقين. يحتوي الصندوق الأول على كرتين حمراوين وكرة سوداء واحدة، ويحتوي الصندوق الثاني على ثلاث كرات حمراء وكرة سوداء واحدة. نسحب عشوائياً من الصندوق الأول كرة ونضعها في الصندوق الثاني، ثم نسحب عشوائياً كرة من الصندوق الثاني.

[1] أعط تمثيلاً شجرياً لهذه التجربة.

[2] ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء؟

[3] إذا علمت أن الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة أولاً سوداء؟

السؤال الثامن: ليكن التابع f المعرف على R وفق $f(x) = e^{-x}\ln(1+e^{x})$

[1] احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

[2] جد $f'(x)$، ثم اثبت أن $f'(x) + f(x) = \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$

[3] جد تابعاً أصلياً للتابع h المعرف على R وفق $h(x) = \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$ واستنتج تابعاً أصلياً للتابع f

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين (100) درجة لكل مسألة:

المسألة الأولى: في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، تتأمل المستويين:

$$P: 2x - y + z - 2 = 0$$

$$Q: x + y + 2z - 1 = 0$$

[1] أثبت أن المستويين Q و P متقاطعان بفصل مشترك d، ثم أعط تمثيلاً وسيطياً له.

[2] جد معادلة للمستوي R المار بالنقطة $B(0,2,1)$ ويعامد كلاً من المستويين Q و P.

[3] أثبت أن $I(1,0,0)$ هي نقطة تقاطع المستويات الثلاثة Q و P و R .

[4] أحسب بعد النقطة $A(4,0,0)$ عن المستقيم d .

[5] اكتب معادلة للأسطوانة المحدودة بالقاعدتين اللتين لهما المركزين A و I ، ونصف قطر قاعدتها 3.

المسألة الثانية: ليكن التابع g والمعرف على $I =]0,+\infty[$ وفق $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$

[1] ادرس تغيرات التابع g و نظم جدولاً بها واستنتج أن للمعادلة $g(x) = 0$ جذراً وحيداً هو $\alpha = 1$

[2] ليكن C خط التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$ أثبت أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

[3] ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

[4] أثبت أن المستقيم الذي معادلته $d: y = x - 1$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$

[5] ادرس وضع الخط C بالنسبة إلى المقارب d

[6] ارسم المقارب d، ثم ارسم الخط C في معلم متجانس.