الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : سبعمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات: (الفرع العلمي – دورة ثانية)

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: عيّن قيمة n التي تحقق المعادلة $P_{n+1}^{3}=16\binom{n+2}{2}$.

السؤال الثاني: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P: 2x+y-2z-4=0$. المطلوب:

1) احسب بعد A عن المستوي P .

2) اكتب معادلة للكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

السؤال الثالث: احسب التكامل الآتي: $I=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x\sin x\,dx$

السؤال الرابع: تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ خطه البياني C . والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0

1) جد $\lim_{x\to 0} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي.

2) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

3) دلّ على القيمة المحلية وبيّن نوعها.

4) جد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

السؤال الخامس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,0[$ وفق: $f(x)=\frac{2x^2+\cos^2 x}{x}$. المطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل لـ C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

السؤال السادس:

يحتوي صندوق على كرات حمراء و كرات بيضاء ، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عدد الكرات البيضاء. المطلوب:

1) نسحب عشوائياً من الصندوق كرة، ما احتمال أن تكون بيضاء اللون.

2) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة، نعرّف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة أثناء عمليات السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم X وجدول القانون الاحتمالي.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول :

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0=\frac{5}{2}$ وأياً كان العدد الطبيعي n: $u_{n+1}=(u_n-2)^2+2$. المطلوب:

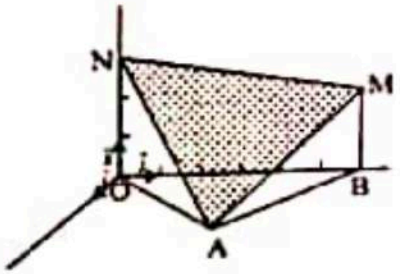
1) أثبت بالتدريج أن $2\leq u_n\leq 3$ أيّاً كان العدد الطبيعي n .

2) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة .

3) استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وجد $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثاني: في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(1,3,0)$, $B(0,6,0)$, $N(0,0,3)$, $M(0,6,2)$.



المطلوب:

1) اكتب معادلة المستوي (AMN) .

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN).

3) أثبت أن المستوي الذي معادلته $z-1=0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BM]$.

يتبع في الصفحة الثانية

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=(ax+b)e^{-x}$. المطلوب:

أولاً: احسب قيمة كل من a , b إذا علمت أنّ $f(-1)=e$ قيمة حدية للتابع.

ثانياً: لتكن المعادلة التفاضلية $y'+y=\lambda e^{-x}$ ، عيّن قيمة λ إذا علمت أنّ $f(x)=(x+2)e^{-x}$ حلاً لها.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرّف بالصيغة $P(z)=z^3-2(a+i\sqrt{3})z^2-4(a-i\sqrt{3})z+8$ حيث $a\in\mathbb{R}$.

المطلوب:

1) احسب العدد a لكي يكون $z=2$ حلاً للمعادلة $P(z)=0$.

2) بفرض $a=1$ جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z)=(z-2)Q(z)$ ،

ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب:

$a=2$, $b=1+i\sqrt{3}$, $c=-1+i\sqrt{3}$. المطلوب:

a) أثبت أنّ: $\frac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC.

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A' , B' , C' على الترتيب.

المسألة الثانية:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=e^{-x}(1+\ln x)$ ، والتابع g المعرّف على I وفق: $g(x)=\frac{1}{x}-1-\ln x$. المطلوب:

1) ادرس تغيرات التابع g ونظّم جدولاً بها.

2) بيّن أن للمعادلة $g(x)=0$ حلاً وحيداً α، ثم تحقق أنّ $\alpha=1$.

3) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

4) اثبت أنّ: $f'(x)=\frac{g(x)}{e^x}$.

5) مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

6) في معلم متجانس ارسم الخط C_f.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة.