الاسم :
الرقم: ٢
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

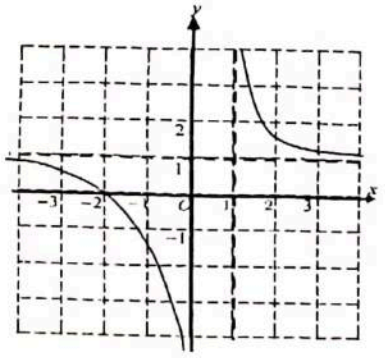
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

(الفرع العلمي – دورة أولى)

الرياضيات:

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول:

نتأمل الخط البياني C للتابع f المعرف على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$.

والمطلوب:

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ C.

3) جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$.

4) جد حل المعادلة $f(x) = 0$.

السؤال الثاني: جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منشور $(x + \frac{1}{x^2})^{12}$.

السؤال الثالث: احسب العدد: $I = \int_0^3 \left(2 - |2-x|\right)dx$.

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقاط الآتية: $A(2,0,1)$, $B(1,-2,1)$, $C(5,0,5)$, $D(6,2,5)$ **والمطلوب:**

1) أثبت أنّ $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً.

2) عيّن العددين الحقيقيين α , β بحيث $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$ واستنتج أنّ النقاط A , B , C , D تقع في مستو واحد.

السؤال الخامس:

ليكن f هو التابع المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق: $f(x) = \frac{ax^2+bx+1}{x-1}$.المطلوب:

عيّن العددين الحقيقيين a , b لتكون $f(-1) = 0$ قيمة حديّة للتابع f .

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملوّنة بالأسود، ووجهان ملونان بالأحمر، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي.

نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها. **المطلوب:**

1) اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X=0)$.

2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 2$, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$

ولنعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ وفق: $v_n = u_n + 6$.

المطلوب:

1) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية، عيّن أساسها واحسب v_0 ، ثمّ اكتب عبارة v_n بدلالة n .

2) لنعرّف المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ وفق: $w_n = \ln(v_n)$ ، أثبت أنّ المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ حسابية واحسب w_0، ثمّ احسب المجموع $S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5$.

يتبع في الصفحة الثانية

الاسم :
الرقم:
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات: **(الفرع العلمي – دورة أولى)**

الصفحة الثانية

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A ، B ، C التي تمثلها الأعداد العقدية $a=8$ ، $b=-4+4i$ ، $c=-4i$ على الترتيب. **والمطلوب:**

1) احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أنّ المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

2) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

3) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\ln(\frac{x}{x+1})$

1) أثبت أنّ f تابع متزايد تماماً على I، واستنتج $f(I)$.

2) أثبت أنّ المستقيم d الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(-1,2,3)$ ، $B(2,1,1)$ ، $C(-3,4,-1)$ ، $D(3,1,1)$. **المطلوب:**

1) جد $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ ، وبيّن أنّ المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

2) أثبت أنّ الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة للمستوي (ABC).

3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC) .

4) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثمّ احسب حجم الهرم $D-ABC$.

5) بفرض أنّ G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$, $(B,-1)$, $(C,2)$ أثبت أنّ المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$ **والمطلوب :**

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

2) أثبت أنّ $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

3) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحديّة مبيّناً نوعها.

4) ارسم C في معلم متجانس.

5) استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=(x-1)^2e^x$.

6) جد مجموعة تعريف التابع: $h(x)=\ln(f(x))$.

==========

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية