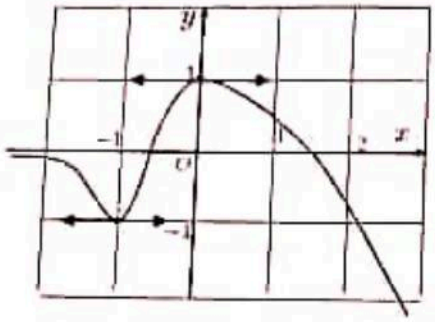
أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



تمثل جانبا C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$.

المطلوب:

1- جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط C_f.

3- اكتب مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

4- عيّن القيم الحدية للتابع f مبيناً نوع كلّ منها.

السؤال الثاني: في معلّم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(0,1,-1)$ و $B(1,-1,1)$. **المطلوب:**

أعط معادلة للمجموعة S المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة: $MA = MB$ وما طبيعة المجموعة S.

السؤال الثالث: ليكن التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = \ln(2+\sin x)$. **المطلوب:**

1- احسب $g'(x)$ و $g'(0)$.

2- استنتج $\lim_{x\to 0} \dfrac{\ln(2+\sin x)-\ln(2)}{x}$.

السؤال الرابع: جد الحل المشترك لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases} \ln(x)+\ln(y)=\ln(6) \\ \ln(x+y)=\ln(5) \end{cases}$$

السؤال الخامس: ليكن $I=\int_0^1 \dfrac{x^3}{1+x^4}dx$ و $J=\int_0^1 \dfrac{x^7}{1+x^4}dx$ والمطلوب:

احسب I ثمّ $I+J$ واستنتج J.

السؤال السادس: لتكن C دائرة مركزها O، رسمنا فيها ستة أقطار مختلفة، لتكن $S=\{A_1,A_2,\dots,A_{12}\}$ مجموعة أطراف هذه الأقطار. **والمطلوب:**

1- ما عدد المثلثات التي رؤوسها من عناصر S ؟

2- ما عدد المضلعات الرباعية التي رؤوسها من عناصر S ؟

3- كم مستطيل رؤوسه من عناصر S ؟

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\ge1}$ و $(v_n)_{n\ge1}$:

$$u_n=\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\dots+\frac{1}{5^n} \quad \text{و} \quad v_n=u_n+\frac{1}{2^n}$$

والمطلوب:

1- أثبت أنّ $(u_n)_{n\ge1}$ متتالية متزايدة و $(v_n)_{n\ge1}$ متتالية متناقصة.

2- استنتج أنّ المتتاليتين $(u_n)_{n\ge1}$ و $(v_n)_{n\ge1}$ متجاورتان.

3- أثبت أنّ $u_n=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{5^n})$، ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$ واستنتج $\lim_{n\to+\infty} v_n$.

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثاني: أجب عن الأسئلة الثلاثة الآتية:

1- حدد كل عدد عقدي z يحقق $z^3 = 1$ ، واكتبه بالشكل الجبري.

2- إذا كان β عدداً حقيقياً وكان العدد العقدي $\omega = \frac{\beta + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - i\beta}$.

a) أثبت أن $|\omega| = 1$.

b) من أجل $\beta = 1$ ، أثبت أن: $\omega^{12} = 1$.

3- عيّن مجموعة نقاط المستوي $M(z)$ التي تحقق أن $|z - 2 + i| = 5$.

التمرين الثالث:

لدينا صندوق يحتوي على ثلاث بطاقات ملونة، واحدة زرقاء تحمل الرقم (2) وبطاقتان حمراوان تحملان الرقمين (0) و (1) ، نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة ، ونعرّف المتحولين العشوائيين X و Y كالآتي:

X يدل على عدد البطاقات الحمراء المسحوبة.

Y يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. **والمطلوب:**

1- اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.

2- اكتب مجموعة قيم Y وقانونه الاحتمالي.

3- اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X, Y)، أيكون المتحولان X و Y مستقلين احتمالياً؟ لماذا؟

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(2,-2,2)$ و $B(1,1,0)$ و $C(1,0,1)$ و $D(0,0,1)$. **والمطلوب:**

1- تحقق أن النقاط B و C و D لا تقع على استقامة واحدة.

2- أثبت أن: $y + z - 1 = 0$ هي معادلة للمستوي (BCD) .

3- أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من النقطة A ويعامد المستوي (BCD).

4- عيّن إحداثيات النقطة K المسقط القائم للنقطة A على المستوي (BCD).

5- اكتب معادلة للكرة التي تقبل $[AD]$ قطراً لها.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-\infty,1[$ وفق: $f(x) = e^x + \ln(1-x)$ وليكن g التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = (1-x)e^x - 1$. **والمطلوب:**

1- ادرس اطراد التابع g واستنتج أن $g(x) \le 0$ مهما تكن $x \in \mathbb{R}$.

2- تحقق أن $f'(x) = \frac{g(x)}{1-x}$ على المجال $]-\infty,1[$ ، ثم ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة للمستقيم المماس T للخط C في نقطة منه فاصلتها $x = 0$.

4- في معلم متجانس ارسم المستقيم T ، ثم ارسم C الخط البياني للتابع f .