أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ خطه البياني C.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+2$

المطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟

4- ما هي حلول المتراجحة $f'(x)<0$ ؟

السؤال الثاني: في معلّم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(2,0,0)$ ، $B(0,1,0)$ ، $C(0,0,1)$. **المطلوب:**

1- احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ، واستنتج $\cos(\widehat{BAC})$.

2- إذا كانت النقطة G مركز ثقل المثلث ABC، عيّن مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق العلاقة:

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{AB}\right\| .$$

السؤال الثالث: صندوق يحتوي كرتين زرقاوين وكرة حمراء واحدة، نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها إلى الصندوق، ثمّ نضيف كرتين من اللون ذاته إلى الصندوق، ثمّ نسحب مجدداً كرة من الصندوق.

الحدث R_1 الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون ، الحدث R_2 الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون.

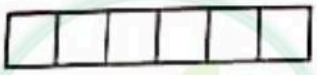
المطلوب: 1- أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة واحسب احتمال الحدث R_2.

2- إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى زرقاء؟

السؤال الرابع: ليكن f تابعاً معرفاً على المجال $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x+1+\frac{\sin x}{\sqrt{x}}$.

المطلوب: أثبت أنّ المستقيم الذي معادلته $d: y=x+1$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $+\infty$.

السؤال الخامس: نملأ عشوائياً كل خانة من الخانات الستة الآتية بأحد العددين 1+ أو 1- . **المطلوب:**



1- بكم طريقة يمكن أن نملأ الخانات الستة.

2- بفرض X متحول عشوائي يدل على مجموع الأعداد في الخانات الستة بعد ملئها، عيّن مجموعة قيم X .

3- بكم طريقة يمكن ملء الخانات الستة ليكون مجموع الأعداد فيها يساوي الصفر.

السؤال السادس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ وفق: $f(x)=ax+\frac{b}{x+1}$ **والمطلوب:**

عيّن العددين a و b ليمر الخط البياني للتابع بالنقطة $(0,3)$ ويكون ميل المماس في هذه النقطة $f'(0)=4$.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ وفق: $u_0=\frac{5}{2}$ ، $u_{n+1}=u_n^2-4u_n+6$ **المطلوب:**

1- أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أنّ $2\leq u_n\leq3$ أياً كان العدد الطبيعي n .

2- أثبت أنّ $u_{n+1}-u_n=(u_n-3)(u_n-2)$.

3- استنتج أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة.

4- بيّن أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متقاربة واحسب نهايتها.

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثاني: ليكن f تابعاً معرفاً على $[0,+\infty[$ وفق: $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{x-\ln x} & : x>0\\ 0 & : x=0\end{cases}$. المطلوب:

1- أثبت أن f مستمر عند الصفر.

2- ادرس قابلية الاشتقاق عند الصفر وفسّر النتيجة التي حصلت عليها هندسياً.

3- بيّن أن الخط البياني C للتابع f يقبل مقارباً أفقياً عند $+\infty$ جد معادلته.

4- اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها (1) واستعمل التقريب التآلفي المحلي لحساب قيمة تقريبية للعدد $f(1.1)$.

التمرين الثالث:

جد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $\omega=-3+4i$ ، ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2+2(1+i)z+i+\frac{3}{4}=0$$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,1,2)$ والمستويان P و Q : $\begin{matrix}P: x-y+2z-1=0\\ Q: 2x+y+z+1=0\end{matrix}$ والمطلوب:

1- أثبت أنّ المستويين P و Q متقاطعان بفصل مشترك d.

2- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d.

3- اكتب معادلة للمستوي R المار من A ويعامد كلاً من المستويين P و Q.

4- جد إحداثيات النقطة B الناتجة من تقاطع المستقيم d والمستوي R.

5- احسب بعد النقطة A عن المستقيم d.

6- اكتب معادلة الكرة S التي مركزها النقطة A وتمس المستوي Q .

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=e^{-2x}+2x-2$. المطلوب :

1- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

2- بيّن أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x-2$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للخط C و Δ .

3- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها، ثم بيّن أن للمعادلة $f(x)=0$ جذرين في $\mathbb{R}$ أحدهما ينتمي إلى المجال $[-1,0]$.

4- ارسم Δ و C ، ثمّ احسب مساحة السطح المحصور بين محور التراتيب و C و Δ والمستقيم $x=1$.

5- استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $g: x\mapsto -e^{2x}+2x+2$.

- انتهت الأسئلة -

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية